Пространство педагогических исследований. 2024. Т. 1, № 4 (4). С. 25–33.
Education Research Environment, 2024, vol. 1, no. 4 (4), pp. 25–33.

Научная статья [©]
УДК 372.851
https://doi.org/10.23859/3034-1760.2024.48.76.002

Из опыта применения математического моделирования в процессе обучения студентов вузов математическим дисциплинам прикладного характера

Светлана Александровна Парыгина
Череповецкий государственный университет,
Череповец, Россия
saparygina@chsu.ru

Svetlana A. Parygina
Cherepovets State University,
Cherepovets, Russia
saparygina@chsu.ru

Аннотация. В статье рассмотрен пример применения реального математического моделирования в ходе обучения студентов разных направлений подготовки прикладным математическим дисциплинам, а именно: построение регрессионной математической модели, позволяющей регулировать влияние входных переменных на выходную переменную, с целью уменьшения такого распространенного дефекта как коррозия металла. В ходе моделирования выделено 10 значимых производственных факторов, выбрано уравнение множественной линейной регрессии этих факторов на выходную переменную Y, определяющую процент брака по причине коррозии. Значение коэффициента детерминации, равное 0,96, говорит о достаточно высокой точности моделирования. Детальное проникновение в суть построения математической модели позволяет студентам лучше понять алгоритм и нюансы реального математического моделирования.

Ключевые слова: математическое образование, практикоориентированное обучение студентов, математическое моделирование, регрессионная математическая модель

Для цитирования: *Парыгина С. А.* Из опыта применения математического моделирования в процессе обучения студентов вузов математическим дисциплинам прикладного характера // *Пространство педагогических исследований*. 2024. Т. 1, № 4 (4). С. 25–33. https://doi.org/10.23859/3034-1760.2024.48.76.002

The use of mathematical modeling in the process of teaching applied mathematical disciplines to university students

Abstract. The article considers using real mathematical modeling in the course of teaching students of different fields of study in applied mathematical disciplines, namely, building a regression mathematical model that allows regulating the influence of input variables on the output variable in order to reduce such a common defect as metal corrosion. During the process of modeling, 10 significant production factors were identified, an equation for multiple linear regression of these factors on the output variable Y was selected, which determines the percentage of defects due to corrosion. The value of the determination coefficient, equal to 0.96, indicates a fairly high accuracy of modeling. Detailed insight into the essence of constructing a mathematical model improves the students comprehension of the algorithm and real mathematical modeling nuances.

Keywords: mathematical education, practice-oriented teaching of students, mathematical modeling, regression mathematical model

For citation: *Parygina S. A.* The use of mathematical modeling in the process of teaching applied mathematical disciplines to university. *Education Research Environment*, 2024, vol. 1, no. 4 (4), pp. 25–33. (In Russian). https://doi.org/10.23859/3034-1760.2024.48.76.002

Введение

На современном этапе развития предметного вузовского образования остро встает вопрос взаимодействия и взаимопроникновения теории и практики. Особенно это актуально в отношении математического образования, так как именно прикладные математические методы (в частности методы обработки данных разной природы) наиболее универсальны и востребованы в практических исследованиях. Кроме того, в данном случае ярко проявляется и междисциплинарный характер этого взаимодействия, когда студенты IT-направлений подготовки могут эффективно с точки зрения результативности самого исследования и с пользой для себя применять свои знания и умения наравне со студентами той области знаний, в которой проводится сам эксперимент, например, металлургии, химии, техносферной безопасности и мн. др.[1]

Рассмотрим в качестве примера такого взаимодействия применение прикладной исследовательской работы на тему: «Построение математической модели дефекта коррозии на холоднокатаном прокате в зависимости от влияния значимых производственных факторов», – в процессе обучения дисциплинам: «Математические методы обработки экспериментальных данных» (для студентов направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информати-

[1] Нахман А. Д. Компетенция математического моделирования в контексте современной образовательной парадигмы // Научное обозрение. Педагогические науки. 2017. № 3. С. 71–79; Пушкарева Т. П. Математическое моделирование как необходимый компонент математической подготовки // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 5. URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=15184 (дата обращения: 14.10.2024).

ка») и «Анализ данных при производстве прокатной продукции» (для студентов направления подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование»).

Основная часть

1. Построение математической модели

В настоящее время статистика утверждает, что экономические потери от коррозии металлов составляют от 4 до 6 % ВВП для развитых стран. По данным экспертов, в России потери от коррозии металлов под воздействием климата составляют около 3 % ВВП. Снижение коррозионных потерь может решить ряд задач, которые относятся к экономическим, экологическим, социальным, ресурсным, а также энергетическим эффектам. Зачастую такой дефект как коррозия металла обнаруживается при производстве холоднокатаного проката (ПХП).

Методы, с помощью которых можно провести анализ и моделирование производственных данных, могут быть самые разные: от проверки гипотез и корреляционно-регрессионного анализа до машинных методов обработки информации, таких как кластерный анализ и нейронный сети. Однако при выборе инструмента статистического анализа нужно руководствоваться целью и задачами исследования, а также ориентироваться на тематическое планирование дисциплины, в рамках которой реализуется это исследование.

Данная (в большей степени математическая) теоретикоориентированная часть нашего исследования актуальна для студентов направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Обобщенная задача нашего исследования заключалась в том, чтобы выявить те производственные переменные, которые оказывают значимое влияние на количество брака и провести анализ зависимостей количества брака от этих переменных, т. е., выражаясь математически, построить уравнение регрессии количества брака по причине коррозии на значимые производственные переменные. Имея такое уравнение, мы получаем возможность, регулируя значения производственных переменных, добиваться уменьшения процента брака.

Введем обозначения. Процентное значение бракованной продукции будем называть выходной или зависимой переменной и обозначать Y. Значения этой переменной вычисляются путем нахождения отношения количества бракованной продукции к количеству произведенной продукции. Реальные производственные переменные будем называть входными или независимыми переменными и обозначать $X_1, \ldots, X_p$.

Переменная Y – это случайная величина, имеющая при заданных значениях независимых переменных определенное распределение, причем оптимальным решением для объясненной части случайной величины Y является условное математическое ожидание $M_{X_1,\dots,X_p}(Y)$, полученное в соответствие со значениями независимых переменных $X_1, \dots, X_p$. Таким образом, в общем виде, регрессионная математическая модель имеет вид:

$$Y = M_{X_1,\dots,X_p}(Y) + \varepsilon,$$

где ε – это случайная величина, определяющая погрешность математической модели[1].

Математическое моделирование проводилось в несколько этапов. Цель первого этапа – определить, какие из входных переменных значимо влияют на выходную переменную. Для решения этой задачи применялся корреляционный анализ, в ходе которого, во-первых, были выявлены входные переменные, статистически значимо связанные с выходной переменной; а, во-вторых, с помощью такого графического инструмента как диаграмма рассеяния, априори определен характер этих зависимостей: линейный или нелинейный. Значимость выборочного коэффициента корреляции для каждой пары переменных выявлялась с помощью критерия Стьюдента.

Исходя из линейного характера связей между выходной переменной и значимыми входными переменными (что подтвердит далее вид диаграмм рассеяния), на втором этапе был определен тип регрессионной модели – множественная линейная регрессия, общее уравнение которой имеет вид:

$$Y = a_0 + a_1 \cdot X_1 + a_2 \cdot X_2 + \dots + a_\mathrm{p} \cdot X_\mathrm{p} + \varepsilon\,,$$

где, переменные $X_1, \dots, X_p$ – это независимые переменные; переменная Y – это зависимая переменная; числа $a_0, a_1, \dots, a_p$ – коэффициенты регрессии; величина ε – случайная ошибка (погрешность модели).

Для оценки неизвестных коэффициентов регрессии был применен метод наименьших квадратов (МНК).

Качество регрессионной модели оценивалось с помощью коэффициента детерминации R^2. Коэффициент детерминации предназначен для определения той доля вариации выходной переменной Y, которая учтена в нашей модели, и обусловлена влиянием на нее входных переменных:

[1] Боровков А. А. Математическая статистика. Новосибирск: Наука; Института математики, 1997. 772 с.; Прикладная статистика. Основы эконометрики: Учебник для вузов: в 2 т. Т. 1: *Айвазян С. А., Мхитарян В. С.* Теория вероятностей и прикладная статистика. Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. 656 с.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{p}(y_i - \tilde{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{p}(y_i - \bar{y})^2},$$

где, y_i – значения наблюдаемой переменной; $\bar{y}$ – среднее значение по всем наблюдаемым значениям переменной Y; $\tilde{y}_1$ – модельные значения переменной Y, построенные с помощью оценок МНК.

Чем ближе значение коэффициента детерминации R^2 к единице, тем лучше регрессионная модель описывает практические данные, тем ближе точки, расположенные на диаграмме рассеяния, расположены к линии регрессии.

2. Реализация экспериментальной части исследования

Данная прикладная практикоориентированная часть нашего исследования в большей степени актуальна для студентов направления подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование».

Исходная выборка представляла собой значения 7146 выборочных данных (единиц продукции), для каждой из которых были измерены значения 109 переменных (параметров, «снятых» при производстве холоднокатаного проката). Первичный анализ данных заключался в проведении так называемой предобработки исходного массива данных, предполагающей работу с ошибочными данными, переменными с большим количеством пропусков и с переменными, имеющими нулевую вариацию. В итоге база данных для анализа частично сократилась до 7080 выборочных данных (единиц продукции), для каждой из которых были измерены значения 106 входных переменных. В ходе первичного анализа данных значения входных переменных были стандартизированы, это позволило перейти к единому вероятностному пространству.

В ходе реализации первого этапа моделирования с учетом шкал, в которых измерены переменные, были вычислены соответствующие коэффициенты корреляции между каждой переменной из массива входных переменных и выходной переменной Y. В итоге для дальнейшего анализа были оставлены только те входные переменные, которые продемонстрировали статистически значимую корреляционную зависимость для $\alpha \leq 0{,}05$. Таких переменных получилось десять:

X_4 – определяет межоперационные сроки хранения;

X_{16} – это среднеквадратическое отклонение производственного фактора, определяющего вытяжку, %;

X_{31} – определяет работу правильно тянущей машины (ПТМ) (переменная принимает только 2 значения: 100 – машина работает, 0 – машина не работает);

X_{61} – давление после насоса 1, бар;

X_{65} – давление после насоса 2, бар;

X_{66} – давление после насоса 3, бар;

X_{80} – давление эмульсии 1, кгс/см^2;

X_{81} – давление эмульсии 2, кгс/см^2;

X_{84} – расход эмульсии на 1 пог. м полосы, л/м;

X_{103} – это среднее значение производственного фактора, определяющего расход эмульсии, м^3/час.

На следующем шаге моделирования были построены диаграммы рассеяния для количественных переменных, например, рассмотрим две из них (см. рис. 1 и 2).

Множества точек на рисунках 1 и 2 аппроксимируются прямыми линиями, это говорит о том, что входные переменные с выходной переменной связаны линейной зависимостью (в остальных случаях ситуация аналогичная). Следовательно, в качестве корректной и оптимальной регрессионной модели для этих переменных, действительно, с уверенностью можно выбрать множественную линейную регрессию.

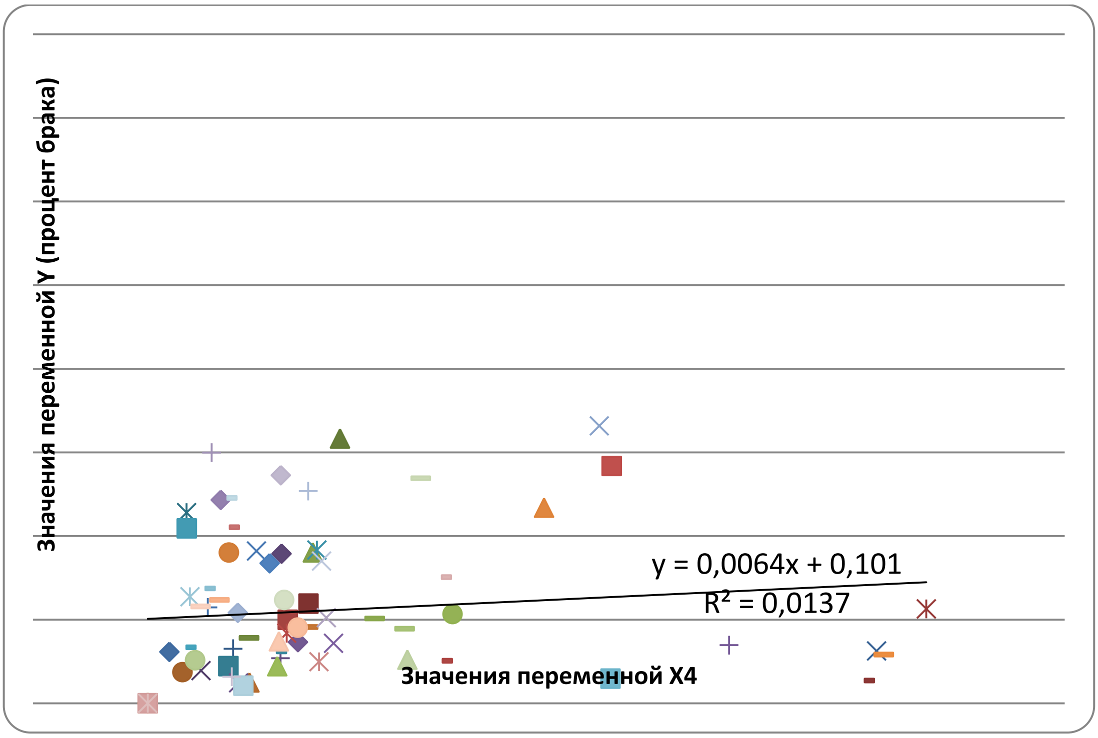

Рис. 1. Диаграмма рассеяния для переменных X_4 и Y

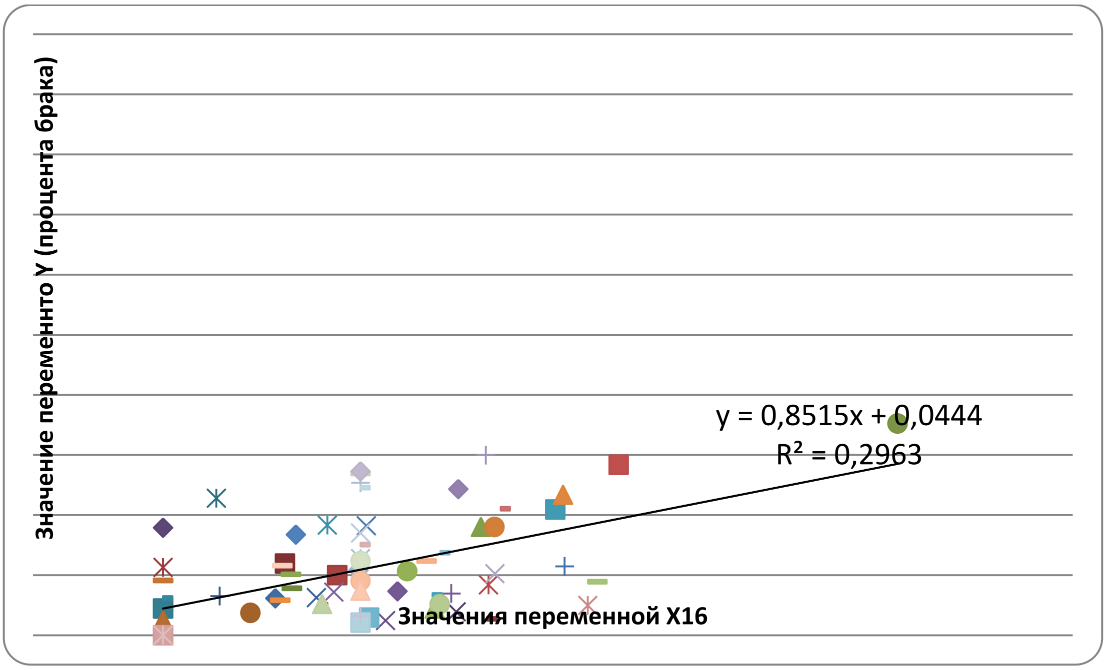

Рис. 2. Диаграмма рассеяния для переменных X_{16} и Y

В результате применения электронного статистического пакета было построено уравнение множественной линейной регрессии процента брака по причине коррозии на значимые производственные переменные, которое имеет вид:

$$Y = -0{,}0475332284373835 + 0{,}00035 \cdot \mathrm{X}_4 + 0{,}00679 \cdot \mathrm{X}_{16} + \\ +0{,}00006 \cdot X_{31} - - 0{,}00097 \cdot X_{61} - 0{,}00011 \cdot X_{65} + 0{,}00099 \cdot X_{66} + \\ +0{,}00250 \cdot X_{80} - \ 0{,}00044 \cdot X_{81} + + 0{,}00033 \cdot X_{84} + 0{,}00011 \cdot X_{103}.$$

Коэффициент детерминации составил $R^2 = 0{,}96$. Это свидетельствует о достаточно высокой точности построенной модели. Таким образом, найденная статистическая зависимость между 10-ю входными переменными (производственными факторами) и выходной переменной Y имеет небольшую погрешность.

Подбирая значения десяти входных переменных X_4, X_{16}, X_{31}, X_{61}, X_{65}, X_{66}, X_{80}, X_{81}, X_{84}, X_{103} таким образом, чтобы значение выходной переменной Y стремилось к нулю, мы будем уменьшать количество брака на металлургическом производстве, возникающего по причине коррозии. Таким образом, на примере реального математического моделирования студенты двух направлений подготовки могут проследить пошагово этапы прикладного математического исследования реального металлургического процесса, что, без сомнения, способствует лучшему усвоению ими соответствующих прикладных математических дисциплин.

Заключение

В статье на примере построения прикладной математической модели, позволяющей регулировать влияние входных переменных при производстве холоднокатаного проката с целью уменьшения такого дефекта как коррозия металла, наглядно показано, как можно реализовать взаимодействие студентов IT-направлений подготовки со студентами-будущими металлургами в рамках преподавания у них прикладных математических дисциплин. Особенно ценно то, что это исследование проводилось на реальных производственных данных, что напрямую способствует формированию у студентов практикоориентированных навыков и умений. Значение коэффициента детерминации, равное 0,96, говорит о достаточно высокой точности моделирования, что очень важно отслеживать при проведении студентами реальных исследований в будущем.

Список литературы / References

Боровков А. А. Математическая статистика. Новосибирск: Наука; Институт математики, 1997. 772 с.

Borovkov A. A. Mathematical statistics. Novosibirsk: Nauka; Institute of Mathematics, 1997. 772 p. (In Russian)

Нахман А. Д. Компетенция математического моделирования в контексте современной образовательной парадигмы // Научное обозрение. Педагогические науки, 2017, № 3, С. 71–79.

Nakhman A. D. Competence of mathematical modeling in the context of the modern educational paradigm // Scientific Review. Pedagogical Sciences, 2017, No. 3, pp. 71–79. (In Russian)

Прикладная статистика. Основы эконометрики: учебник для вузов: в 2 т. Т. 1: Айвазян С. А. Мхитарян В. С. Теория вероятностей и прикладная статистика. Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. 656 с.

Applied statistics. Fundamentals of econometrics: textbook for universities: in 2 volumes. Volume 1: Ayvazyan S. A., Mkhitaryan V. S. Probability theory and applied statistics. Moscow: UNITY-DANA, 2001. 656 p. (In Russian)

Пушкарева Т. П. Математическое моделирование как необходимый компонент математической подготовки // *Современные проблемы науки и образования*, 2014, № 5. URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=15184 (дата обращения: 14.10.2024).

Pushkareva T. P. Mathematical modeling as a necessary component of mathematical training // *Modern problems of science and education*, 2014, No. 5. URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id=15184 (date of access: 14.10.2024). (In Russian)

Сведения об авторах

Светлана Александровна Парыгина – кандидат психологических наук, доцент, saparygina@chsu.ru, Череповецкий государственный университет (5, ул. Луначарского, 162600 Череповец, Россия); **Svetlana A. Parygina** – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, saparygina@chsu.ru, Cherepovets State University (5, Lunacharsky pr., 162600 Cherepovets, Russia).

Статья поступила в редакцию – 15.09.2024; одобрена после рецензирования – 15.10.2024; принята к публикации – 01.11.2024.
The article was submitted – 15.09.2024; approved after reviewing – 15.10.2024; accepted for publication – 01.11.2024.